

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА КАК ПРОБЛЕМА ЛОГИКИ И ПЕДАГОГИКИ

Л.А. Шмат

Мы постигаем истину не только разумом, но и сердцем... У сердца свои законы, которых разум не знает.
Блез Паскаль.

В преподавании математики эта идея Блез Паскаля находит свое выражение в соотношении логики и педагогики. Главная цель математической программы любого уровня — научить учащихся и студентов мыслить. Преподавание должно включать все основные аспекты мышления математика. Важными видами деятельности математика являются: открытие строгих доказательств и построение аксиоматических систем. Менее заметными, но не менее важными видами деятельности являются: распознавание и извлечение математических понятий из данной конкретной ситуации; умение предвидеть результат, предвидеть основные линии доказательства до того, как его выполнить детально.

Чтобы развить интеллект учащегося, следует внимательно относиться к тому, чтобы он постепенно усваивал новые понятия, используя все интуитивные средства. Угадывать легче, чем доказывать, решать конкретные задачи легче, чем конструировать структуры понятий. Вообще, конкретное предшествует абстрактному, действие и восприятие предшествует словам и понятиям, понятия предшествуют символам и т. д.

Учащийся, как на среднем уровне, так и в высшем учебном заведении, должен учиться собственным усилием. Чтобы затратить меньше усилий и яснее увидеть результат, ученик должен знакомиться сначала с конкретным, затем с абстрактным, сначала с разнообразием опыта, затем с объединением понятий. Это ведет к решению математических задач, которые представляют собой наиболее близкую к характеру повседневного мышления математическую деятельность.

Умение решать математические задачи очень важно как для будущих математиков, так и для учащихся, которые желают получить нематематическое образование. Ведь решение повседневных задач представляет собой определенные аналогии с решениями задач математических. Один из подходов, касающихся решения повседневных задач, заключается в следующем: прежде всего, мы изучаем свою задачу и ставим себе вопрос: чего я хочу? И когда цель ясна, рассматриваем все, что находится в нашем распоряжении, все, что мы могли бы использовать для ее достижения: что я имею? Изучая некоторое время все, чем мы можем воспользоваться, возвращаемся к своему первому вопросу и развиваем его:

чего я хочу? Как я могу это получить? Откуда могу это получить? Задавая такие вопросы, мы приближаемся к решению своей задачи. Чтобы помочь ученику, думающему над математической задачей, учитель может задавать ему аналогичные вопросы, выраженные в математических терминах. И эти вопросы смогут мобилизовать познание ученика, и приблизить его к решению. В дальнейшем учащийся сможет понять метод и научиться сам использовать подобные вопросы. Он научится, таким образом направлять свое внимание на главное, когда перед ним поставлена задача. Он приобретает привычку методического мышления, что является наибольшим преимуществом, извлекаемым из изучения математики большинством учащихся, которые избирают для себя нематематические специальности.

Обучение решению математических задач, как и математическое образование в целом, всегда сопровождала трудно решаемая проблема соотношения логики и педагогики, порожденная изменяющимися стандартами уровня строгости развивающегося математического знания. Замечательные размышления на эту тему приведены в статье широко известного историка и философа математики и педагогики профессора Мориса Клайна «Логика против педагогики». Дедуктивный метод, считает он, далек от «педагогического обоснования изложения материала», внося искаженный взгляд на предмет по нескольким причинам. Во-первых, немало величайших идей в математике было открыто без какого-либо существенного логического влияния. Среди наиболее ярких примеров – создание моделей неевклидовой геометрии, применяемых к исследованию физического пространства. «Логика ничего не открывает, – констатирует Морис Клайн, – ни теорем, ни их доказательств, даже в построении аксиоматических формулировок уже известных результатов. Таким образом, сосредоточив внимание на дедуктивной стороне, мы упускаем из виду активность математического процесса. Логическая формулировка создает наряд этой активности, но скрывает ее плоть и кровь»[1,с.52-53]. Во-вторых, логическая форма является искажением математики и по той причине, что, по существу, большинство первоначальных понятий, теорем и доказательств возникают на основе реального мира. Именно поэтому вначале узнавали, что верно или неверно, применяя математику. Например, мы складываем дроби, находя общий знаменатель, а не складывая числители и знаменатели, хотя умножаем дроби, перемножая числители и знаменатели. Сначала мы создаем, руководствуясь возможными приложениями, математические понятия и операции с теми свойствами, которыми они должны обладать, чтобы быть полезными в приложениях. Лишь после этого создаем логическую структуру, как бы искусственна она не была, из которой эти свойства вытекают. Следовательно, логика не диктует содержание математики, и лишь применения математики определяют логическую структуру создаваемого математического аппарата.

Вопрос о соотношении логики и математики рассматривают многие профессионально работающие математики. «Одна из методологических основ заблуждения или «болезни» современного математического образования – как среднего, так и высшего, – по мнению профессора В. А. Еровенко и Н. В. Михайловой, – это «бурбакизм», прививающий ограниченный взгляд на математику и математическое мышление, приводящий к естественному непониманию предмета и, как следствие этого, к апатии в учебе»[2,с53]. Несмотря на педагогические недостатки дедуктивного подхода, на критику видных математиков и на утверждения многих, что они обучают тому, как открывать математические истины, большинство педагогов излагают математику аксиоматическим методом. Они уверены, что в настоящее время, когда достигнута точная, строгая формулировка математического материала, достаточно выбрать аксиоматический подход и учащиеся его усвоят. Одной из причин популярности этого подхода является то, что он облегчает работу преподавателя. Весь существенный материал изложен в ясной, отчетливо выраженной последовательности и все, что остается сделать преподавателю – это повторить готовый текст.

Обучение математике дает лишь одностороннюю и ограниченную идею о мышлении математика, если оно не учитывает дологические виды деятельности угадывания и извлечения математических понятий из окружающего нас мира. Оно пренебрегает тем, что может быть наиболее интересной частью для учащегося вообще, поучительной для будущего потребителя математики и наиболее плодотворной и богатой для будущего математика. Важным недостатком в преподавании математики является отказ от мотивирования предмета. В результате очень мало учащихся увлекаются этим предметом. Можно относительно легко дать подлинное и содержательное обоснование ценности той или другой математической теории, если ее вводить интуитивно или эвристически, поскольку исторически содержательные основания уже были даны. При логическом изложении такое обоснование становится очень трудным, так как теория значительно отходит от реальности и часто становится искусственной. Изложение теорем без их мотивировки не дает студенту понимания их значения даже на несколько повышенном уровне преподавания, когда мы имеем дело со студентами, у которых имеется некоторая склонность к математике. Не говоря уже о том, что такое преподавание может убить интерес к математике, оно создает у учащегося представление о ней, как о случайном наборе теорем и доказательств и не разовьет способности размышлять о них.

Литература

1.Клайн М. Логика против педагогики// Математика: Сб. науч.- метод. статей.– 1973. – Вып.3. – с.46-61.

2.Еровенко В. А., Михайлова Н. В. Логика и педагогика: к вопросу о влиянии идей Бурбаки на математическое образование// Magister. – 2000. №4. – с.53-59.