

*Жаңалықов В.В.*  
*с. 128-134*  
ISSN 0132-15302

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ  
УПРАВЛЕНИЯ

---

ВЫПУСК

65



Вильнюс, 1984

LTSR MA MATEMATIKOS IR KIBERNETIKOS INSTITUTAS  
LTSR MA FIZIKINIŲ TECHNINIŲ ENERGETIKOS PROBLEMŲ INSTITUTAS  
TARPTAUTINĖS AUTOMATINIO VALDYMO FEDERACIJOS TSRS AVNK  
LIETUVOS TERITORINĖ GRUPĖ

---

STATISTINĖS VALDYMO PROBLEMOS

65 leidinys

ATSITIKTINIŲ PROCESŲ SAVYBIŲ PASIKEITIMO SURADIMAS

Medžiaga seminarui

Redagavo L. Telksnys

Lietuvos TSR MA Matematikos ir kibernetikos institutas,  
Vilnius, 1984

-----  
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND CYBERNETICS OF THE ACADEMY  
OF SCIENCES OF THE LITHUANIAN SSR

INSTITUTE OF PHYSICAL AND TECHNICAL PROBLEMS OF POWER OF THE  
ACADEMY OF SCIENCES OF THE LITHUANIAN SSR

LITHUANIAN TERRITORIAL GROUP OF THE USSR NCAC  
OF THE INTERNATIONAL FEDERATION OF AUTOMATIC CONTROL

---

STATISTICAL PROBLEMS OF CONTROL

Issue 65

DETECTION OF CHANGES IN THE PROPERTIES OF RANDOM PROCESSES

Papers for the seminar

Edited by L. Telksnys

Institute of Mathematics and Cybernetics of the Academy of  
Sciences of the Lithuanian SSR, Vilnius, 1984

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ АН ЛИТОВСКОЙ ССР  
ИНСТИТУТ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ЭНЕРГЕТИКИ АН ЛИТССР  
ЛИТОВСКАЯ ТЕРРИТОРИАЛЬНАЯ ГРУППА НКАУ СССР  
МЕЖДУНАРОДНОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО АВТОМАТИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ

---

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Выпуск 65

ОБНАРУЖЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ СВОЙСТВ СЛУЧАЙНЫХ  
ПРОЦЕССОВ

(Материалы к семинару при Институте математики и  
кибернетики АН Литовской ССР "Статистические  
проблемы управления")

Под редакцией Л. Телькснис

Институт математики и кибернетики Академии наук Литовской ССР  
Вильнюс 1984

При Институте математики и кибернетики АН Литовской ССР постоянно действует республиканский научный семинар, состоящий из следующих восьми секций:

1. Дифференциальные уравнения и их применение
2. Математические методы в социальных науках
3. Автоматизация процессов планирования и управления
4. Применение теории вероятностей и математической статистики
5. Статистические проблемы управления
6. Теория оптимальных решений
7. Программирование ЭВМ
8. Математическая логика и ее применения.

Материалы каждой секции издаются в виде отдельной серии выпусков, нумерируемых продолжающейся порядковой нумерацией в пределах этой секции. Издаются не периодически, а по мере отбора материалов по данной целевой тематике.

Для приобретения изданий обращаться по адресу:

232600, г. Вильнюс,  
ул. К. Пожелос, 54,

Институт математики и кибернетики АН ЛитССР  
Отдел информации и патентов

С 30501-4 159- ž -84  
M861-84

© Институт математики и кибернетики АН Литовской ССР, 1984

Представляются работы, в которых рассматриваются проблемы обнаружения изменений свойств случайных процессов. Они обсуждались специалистами СССР на Первом семинаре по обнаружению изменений свойств случайных процессов. Семинар организован Отделом процессов распознавания Института математики и кибернетики Академии наук Литовской ССР и проходил в г. Паланга 24-26 апреля 1984 г.

Pateikti darbai, kuriuose nagrinėjamos atsitiktinių procesų savybių pasikeitimų nustatymo problemos. Jas aptarė TSRS specialistai Pirmame atsitiktinių procesų savybių pasikeitimo seminare. Seminarą paruošė Lietuvos TSR Mokslų Akademijos Matematikos ir kibernetikos instituto Atpažinimo procesų skyrius. Jis vyko Palangoje 1984 m. balandžio 24-26 dienomis.

The issue deals with the works analysing the problems of detection of changes in the properties of random processes. They were discussed by the USSR specialists at the First seminar on the detection of changes in the properties of random processes. The seminar was organised by the Recognition Processes department of the Institute of Mathematics and Cybernetics of the Academy of Sciences of the Lithuanian SSR and took place in Palanga, April 24-26, 1984.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Асатрян Д., Сафарян И. Непараметрические методы обнаружения изменений свойств случайных последовательностей . . . . .	9
Батаршин Р. Об обнаружении "разладки" динамических систем . . . . .	21
Бродский Б. Непараметрический алгоритм последовательного обнаружения "разладки" случайной последовательности с улучшенными вычислительными свойствами . . . . .	32
Бродский Б., Дарховский Б. Апостериорный метод обнаружения "разладки" случайного поля . . . . .	41
Буробин Н., Мотль В., Мучник И. Алгоритм определения моментов многократного изменения свойств случайного процесса на основе метода динамического программирования . . . . .	48
Воробейчиков С., Конев В. Обнаружение разладок случайных процессов рекуррентного типа . . . . .	58
Гришин М., Добровидов А., Полонникова Н. Сегментация изображений . . . . .	67
Дарховский Б. Общий метод оценивания момента изменения вероятностных характеристик случайной последовательности . . . . .	76
Каминскас В., Шidlauskas К. Последовательное обнаружение изменения свойств авторегрессионного временного ряда . . . . .	84
Клигене Н. Явные выражения оценок момента изменения параметров распределений и их статистические свойства . . . . .	90
Липейка А. Об определении моментов времени изменения свойств многомерных последовательностей с неизвестными параметрами . . . . .	102
Липейкене И. М-оценка момента изменения свойств авторегрессионных последовательностей . . . . .	110
Малинаускас В., Липейка А. Определение моментов времени изменения свойств многомерных авторегрессионных случайных последовательностей при длинных реализациях . . . . .	121
Медведев Г., Казаченок В. Оценивание разрывной функции регрессии . . . . .	128
Мотль В., Яковлев В. Оценивание повторяющихся значений параметров случайного процесса с многократно изменяющимися свойствами . . . . .	135
Никифоров И. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов на основе модифицированного алгоритма кумулятивных сумм . . . . .	146
Никифоров И., Тихонов И., Михайлова Т. Алгоритмы обнаружения изменения свойств временных рядов в практике первичной обработки сейсмологической информации . . . . .	155
Тартаковский А. Оптимальное последовательное обнаружение сигнала со случайным моментом появления . . . . .	166
Телькснис Л. Достоверность и разрешающая способность обнаружения моментов изменений свойств случайных последовательностей . . . . .	179
Трифонов А., Бутейко В. Эффективность алгоритмов обнаружения и оценки изменения свойств винеровского процесса . . . . .	188
Трифонов А., Галуи С., Дервягина Е. Определение момента изменения свойств гауссовского случайного сигнала по наблюдениям, искаженным слабым шумом . . . . .	199
Трифонов А., Парфёнов В. Определение момента изменения центральной частоты спектральной плотности гауссовского случайного сигнала по наблюдениям, искаженным сильным шумом . . . . .	210
Фишман М. Байесовская среднеквадратичная оценка момента ступенчатого смещения среднего уровня белого гауссовского шума . . . . .	221
Харин Ю. Обнаружение разладок марковского типа в случайной последовательности многомерных наблюдений . . . . .	225
Юргутис М. Сравнение статистических свойств оценок момента изменения параметров авторегрессионных последовательностей . . . . .	234
Рефераты . . . . .	245

T U R I N Y S

Asatryanas D., Safarian I. Atsitiktinių sekų savybių pasikeitimo nustatymo neparametriniai metodai . . . . .	9
Bataršinas R. Apie dinaminių sistemų išsiderinimo suradimą . . . . .	21
Brodskis B. Atsitiktinės sekos išsiderinimo nuoseklios paieškos pagerintas neparametrinis algoritmas . . . . .	32
Brodskis B., Darhovskis B. Atsitiktinio laiko išsiderinimo suradimo aposteriorinis metodas . . . . .	41
Burobinas N., Motlis V., Mučnikas I. Atsitiktinio proceso savybių daugartinio pasikeitimo nustatymas dinaminio programavimo metodu . . . . .	48
Vorobeičikovas S., Konevas V. Rekurentinio tipo atsitiktinių procesų išsiderinimo radimas . . . . .	58
Grišinas M., Dobrovidovas A., Polonikova N. Vaizdų segmentacija . . . . .	67
Darhovskis B. Apibendrintas metodas atsitiktinės sekos charakteristikų pasikeitimui surasti . . . . .	76
Kaminskas V., Šidlauskas K. Nuoseklus autoregresinės laiko eilutės savybių pasikeitimo nustatymas . . . . .	84
Kligienė N. Pasikeitimo momento išreikštiniai įvertinimai ir jų statistinės savybės . . . . .	90
Lipeika A. Daugiamačių autoregresinių sekų su nežinomais parametrais savybių pasikeitimo laiko momentų nustatymas . . . . .	102
Lipeikienė J. Autoregresinių sekų savybių pasikeitimo momento M-įvertinimas . . . . .	110
Malinauskas V., Lipeika A. Daugiamačių autoregresinių atsitiktinių sekų savybių pasikeitimo laiko momentų nustatymas, kai realizacijos ilgos . . . . .	121
Medvedevas G., Kazačionokas V. Trūkiškos regresijos funkcijos įvertinimas . . . . .	128
Motlis V., Jakovlevas V. Atsitiktinio proceso su daug kartų besikeičiančiomis savybėmis įvertinimas . . . . .	135
Nikiforovas I. Atsitiktinių sekų savybių pasikeitimo nuosekli paieška modifikuotu kumuliatyvių sumų algoritmu . . . . .	146
Nikiforovas I., Tichonovas I., Michailova T. Atsitiktinių sekų savybių pasikeitimo suradimo algoritmai seisminių duomenų pirminės analizės praktikoje . . . . .	155
Tartakovskis A. Optimalus signalo, pasirodančio atsitiktiniu momentu, suradimas . . . . .	166
Telksnys L. Atsitiktinių procesų savybių pasikeitimų suradimo patikimumas ir skiriamoji galia . . . . .	179
Trifonovas A., Buteiko V. Vinerio procesų pasikeitimo suradimo ir įvertinimo algoritmų efektyvumas . . . . .	188
Trifonovas A., Galunas S., Dreviagina E. Stebimo silpnam triukšme Gauso atsitiktinio signalo pasikeitimo momento nustatymas . . . . .	199
Trifonovas A., Parfionovas V. Gauso signalo, stebimo stipriam triukšme, spektrinio tankio pagrindinio dažnio pasikeitimo momento įvertinimai . . . . .	210
Pišmanas M. Balto Gauso triukšmo vidurkio staigaus pasikeitimo vejesinis įvertinimas . . . . .	221
Charinas J. Markovo tipo išsiderinimo radimas daugiamačių stebėjimų sekoje . . . . .	225
Jurgutis M. Autoregresijos lygties parametru pasikeitimo momento įvertinimų statistinių savybių palyginimas . . . . .	234
Referatai . . . . .	245

УДК 519.23

ОЦЕНИВАНИЕ РАЗРЫВНОЙ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ

Геннадий МЕДВЕДЕВ, Виктор КАЗАЧЕНКО

Исследуется алгоритм оценивания момента изменения свойств случайного процесса, оптимальный в среднеквадратическом смысле.

Ключевые слова: случайный процесс, разладка, регрессия.

Рассмотрим следующую задачу. На интервале  $[0, T]$  наблюдается случайный процесс

$$x(t) = c^* \varphi(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где  $c$  - вектор неизвестных коэффициентов,  $\varphi(t)$  - вектор-функция, компоненты которой являются известными линейно независимыми функциями,  $\xi(t)$  - случайный процесс с заданными свойствами. В неизвестный момент времени  $\tau$ ,  $0 < \tau < T$ , происходит изменение свойств случайного процесса  $x(t)$ , заключающееся в следующем: до момента времени  $\tau$  вектор  $c = c'$ , после момента  $\tau$  вектор  $c = c''$ ,  $c' \neq c''$ . Необходимо по реализации  $x(t)$ ,  $t \in [0, T]$ , оценить  $\tau$ ,  $c'$  и  $c''$ .

Предположим, что на интервале наблюдения сделано  $N$  отсчетов случайного процесса  $x(t)$  в моменты времени  $t_k$ ,  $1 \leq k \leq N$ .

Для простоты положим, что  $t_k < t_{k+1}$  и  $t_{k+1} - t_k = \Delta$ ,  $t_1 = 0$ ,  $t_N = T$ . Обозначим через  $x$  вектор-столбец с компонентами  $x_k = x(t_k)$ . Через  $\Phi$  обозначим  $(N \times m)$ -матрицу с

компонентами  $\Phi_{ik} = \varphi_k(t_i)$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $1 \leq k \leq m$ . Здесь  $m$  - размерность векторов  $c$  и  $\varphi(t)$ . Пусть  $R$  -  $(N \times N)$ -матрица с компонентами  $R_{ik} = M\{\xi(t_i)\xi(t_k)\}$ .  $R$  - корреляционная матрица процесса  $\xi(t)$ . Будем предполагать, что  $\xi(t)$  - процесс с нулевым средним. Если бы вектор  $c$  на интервале  $[0, T]$  не изменялся, то его компоненты можно было бы оценить по обычному методу наименьших квадратов, то есть принять в качестве оценки вектора  $c$  такой вектор, который минимизировал бы квадратическую форму (относительно компонент  $c$ )

$$Q = (x - \Phi c)^* R^{-1} (x - \Phi c). \quad (2)$$

Такой вектор находится из нормального уравнения [1]

$$(\Phi^* R^{-1} \Phi) c = \Phi^* R^{-1} x$$

в виде

$$\hat{c}(N) = (\Phi^* R^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^* R^{-1} x.$$

Предположим теперь, что вектор  $c$  меняет значения своих компонент в известный момент времени  $\tau$ . Тогда вместо (1) мы будем иметь

$$x(t) = (c')^* \varphi(t) + \xi(t), \quad 0 \leq t < \tau, \quad (3a)$$

$$x(t) = (c'')^* \varphi(t) + \xi(t), \quad \tau < t \leq T. \quad (3b)$$

Таким образом среди  $N$  отсчетов первые  $n$  будут соответствовать соотношению (3a), а последние  $(N-n)$  - соотношению (3b). Число  $n$  будет определяться положением  $\tau$  в интервале  $[0, T]$  и равно увеличенной на единицу целой части отношения  $\tau/\Delta = \tau(N-1)/T$ . В этом случае квадратическая форма относительно неизвестных компонент векторов  $c'$  и  $c''$ , подобная (2), приобретает вид

$$Q(n) = \begin{pmatrix} x_1 - \Phi_1 c' \\ x_2 - \Phi_2 c'' \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} R_{11}^{-1} & R_{12}^{-1} \\ R_{21}^{-1} & R_{22}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - \Phi_1 c' \\ x_2 - \Phi_2 c'' \end{pmatrix} \quad (4)$$

Здесь  $x_1$  - вектор, составленный из первых  $n$  компонент вектора  $x$ ,  $\Phi_1$  - матрица, составленная из первых  $n$  строк матрицы  $\Phi$ ,  $R_{11}^{-1}$  - матрица, составленная из элементов, стоящих на пересечении первых  $n$  столбцов и первых  $n$  строк матрицы  $R^{-1}$ ,  $R_{22}^{-1}$  - матрица, составленная из элементов, стоящих на пересечении последних  $(N-n)$  столбцов и последних  $(N-n)$  строк, а остальные обозначения понимаются из уравнения (4) и (2).

Нормальное уравнение, соответствующее (4), имеет вид

$$\begin{pmatrix} \Phi_1^* R_{11}^{-1} \Phi_1 & \Phi_1^* R_{12}^{-1} \Phi_2 \\ \Phi_2^* R_{21}^{-1} \Phi_1 & \Phi_2^* R_{22}^{-1} \Phi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c' \\ c'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1^* R_{11}^{-1} & \Phi_1^* R_{12}^{-1} \\ \Phi_2^* R_{21}^{-1} & \Phi_2^* R_{22}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Из уравнения (5) находятся оценки векторов  $c'$  и  $c''$ . Блоки  $\Phi_i^* R_{ik}^{-1} \Phi_k$  являются квадратными  $(m \times m)$  матрицами. Введем обозначения

$$\begin{pmatrix} \Phi_1^* R_{11}^{-1} \Phi_1 & \Phi_1^* R_{12}^{-1} \Phi_2 \\ \Phi_2^* R_{21}^{-1} \Phi_1 & \Phi_2^* R_{22}^{-1} \Phi_2 \end{pmatrix} = A^{-1}, \quad A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_1^* R_{11}^{-1} & \Phi_1^* R_{12}^{-1} \\ \Phi_2^* R_{21}^{-1} & \Phi_2^* R_{22}^{-1} \end{pmatrix} = B.$$

$A_{ik}$  - квадратные  $(m \times m)$  блоки матрицы  $A$ . Пусть далее  $R_1^{-1} - (n \times n)$  - матрица, составленная из первых  $n$  строк матрицы  $R^{-1}$ ,  $R_2^{-1}$  - матрица, составленная из последних  $(N-n)$  строк матрицы  $R^{-1}$ . Тогда оптимальные в среднеквадратическом оценки векторов  $c'$  и  $c''$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \hat{c}' &= (A_{11} \Phi_1^* R_1^{-1} + A_{12} \Phi_2^* R_2^{-1}) x, \\ \hat{c}'' &= (A_{21} \Phi_1^* R_1^{-1} + A_{22} \Phi_2^* R_2^{-1}) x. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим оценки (6) в квадратическую форму (4). Полученное значение квадратической формы обозначим через  $\hat{Q}(n)$ .

Предположим теперь, что момент  $\tau$  нам неизвестен. В этом случае найдем значение  $n$ , которое минимизирует величину  $\hat{Q}(n)$ . Обозначим его через  $\hat{n}$ . Тогда естественно предположить, что неизвестное значение  $\tau$  лежит в интервале  $[(\hat{n}-1)\Delta, \hat{n}\Delta]$ , т.е.

$$\frac{\hat{n}-1}{N-1} T < \tau < \frac{\hat{n}}{N-1} T.$$

Изменяя значения  $N$  можно построить процедуру, которая более или менее быстро и точно определит момент разрядки.

Обоснованием такого метода оценивания момента разрядки могут быть следующие рассуждения. Математическое ожидание квадратической формы (2)

$$MQ = M\{(x - \Phi c)^* R^{-1} (x - \Phi c)\} = \text{tr}(R^{-1} M\{(x - \Phi c)(x - \Phi c)^*\}) = N.$$

Если число  $n$  определено точно, т.е.  $\hat{n} = n$ , а истинные значения компонент векторов  $c'$  и  $c''$  известны, то в (4) вектор

$$\xi = \begin{pmatrix} x_1 - \Phi c' \\ x_2 - \Phi c'' \end{pmatrix}$$

составлен из отсчетов случайного процесса  $\xi(t)$ .

В этом случае

$$M\hat{Q}(n) = MQ = N.$$

Если же  $n$  определено неточно, например  $\hat{n} < n$ , а истинные значения компонент векторов  $c'$  и  $c''$  по-прежнему известны, тогда в (4) вектор

$$\begin{pmatrix} x_1 - \Phi c' \\ x_2 - \Phi c'' \end{pmatrix} = \xi + \delta,$$

где  $\delta$  - вектор, у которого компоненты определяются формулами

$$\begin{aligned} \delta_k &= 0, \quad \text{если } k \leq \hat{n} \text{ или } k > n, \\ \delta_k &= \Psi(k)(c' - c''), \quad \text{если } \hat{n} < k \leq n. \end{aligned}$$

Здесь через  $\Psi(k)$  обозначена  $k$ -ая строка матрицы  $\Phi$ . Поэтому

$$\begin{aligned} M\hat{Q}(n) &= \text{tr}(R^{-1} M\{(\xi + \delta)(\xi + \delta)^*\}) = \\ &= N + \text{tr}(R^{-1} \delta \delta^*) = N + \delta^* R^{-1} \delta. \end{aligned}$$

Поскольку  $R^{-1}$  - положительно определенная матрица, то для любых ненулевых векторов  $\delta$   $\delta^* R^{-1} \delta > 0$  и, следовательно, минимум  $M\hat{Q}(n)$  будет достигаться только при  $\hat{n} = n$ , так как  $\delta = 0$  только в этом случае.

Обычными методами исследования оценок МНК [2] можно показать, что если число  $n$  определено верно, то оценки  $\hat{c}'$  и  $\hat{c}''$  являются несмещенными и их матрица вариации

$$M\left\{ \begin{pmatrix} \hat{c}' - c' \\ \hat{c}'' - c'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}' - c' \\ \hat{c}'' - c'' \end{pmatrix}^* \right\} = A.$$

Если число  $n$  определено неточно, т.е. момент разрядки  $\tau$  оценен неточно, то оценка компонент векторов  $c'$  и  $c''$  будет смещенной

$$M\left\{ \begin{pmatrix} \hat{c}' \\ \hat{c}'' \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} c' \\ c'' \end{pmatrix} + AB\delta, \quad (7)$$

и матрица вариации этих оценок будет иметь вид

$$M\left\{ \begin{pmatrix} \hat{c}' - c' \\ \hat{c}'' - c'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}' - c' \\ \hat{c}'' - c'' \end{pmatrix}^* \right\} = A + AB\delta\delta^* B^* A. \quad (8)$$

В (7) и (8) вектор  $\delta$  определяется следующим образом. Пусть значение  $n$ , соответствующее истинному моменту разладки  $\tau$ , равно  $n_0$ , а его оценка, полученная по предлагаемому способу, равна  $\hat{n}$ .

Тогда для  $n_0 < \hat{n}$  компоненты вектора  $\delta$  определяются формулами

$$\delta_k = \varphi(k)(c'' - c'), \quad n_0 < k \leq \hat{n},$$

$$\delta_k = 0, \quad k \leq n_0, \quad k > \hat{n}.$$

Для  $n_0 > \hat{n}$  имеем

$$\delta_k = \varphi(k)(c' - c''), \quad \hat{n} < k \leq n_0,$$

$$\delta_k = 0, \quad k \leq \hat{n}, \quad k > n_0.$$

Здесь  $\varphi(k)$  -  $k$ -ая строка матрицы  $\Phi$ .

Рассмотрим пример. Пусть функция регрессии является кусочно-линейной, т.е.  $m=2$ ,  $\varphi_1(t)=1$ ,  $\varphi_2(t)=t$ , а случайный процесс  $\xi(t)$  является стационарным марковским. Тогда  $R_{ij} = M\{\xi(t_i)\xi(t_j)\} = \sigma^2 z^{|i-j|}$ , где  $\sigma^2$  - дисперсия процесса  $\xi(t)$ ,  $z = e^{-\lambda \Delta}$ ,  $\lambda > 0$ . Элементы обратной матрицы  $R^{-1} = \|R_{ij}^{-1}\|$  определяются в этом случае формулами:

$$R_{nn}^{-1} = R_{NN}^{-1} = 1/\sigma^2(1-z^2); \quad R_{ij} = 0, \quad |j-i| > 1;$$

$$R_{ii}^{-1} = (1+z^2)/\sigma^2(1-z^2), \quad 1 < i < N;$$

$$R_{i,i+1}^{-1} = R_{i+1,i}^{-1} = -z/\sigma^2(1-z^2), \quad 1 \leq i < N.$$

Предположим, что функция регрессии линейно возрастает до момента времени  $t = \tau$ , после чего остается постоянной. Тогда  $c'_1 = 0$ ,  $c'_2 = 1$ ;  $c''_1 = \tau$ ,  $c''_2 = 0$ .

Вычисления показывают, что в этом случае при  $\hat{n} < n_0$  вектор  $B\delta$  имеет вид

$$B\delta = 1/\sigma^2(1-z^2) \begin{bmatrix} (1-z)^2(n_0 - \hat{n} - 1)(-\tau + \frac{\Delta}{2}(\hat{n} + n_0 - 2)) + \\ + (1-z+z^2)(-\tau + \Delta(n_0 - 1)) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (1-z)^2 \Delta(n_0 - \hat{n} - 1)(-\frac{\tau}{2}(\hat{n} + n_0 - 2)) + G_1 + \\ + ((n_0 - 1)(1+z^2) - (n_0 - 2)z)(-\tau + \Delta(n_0 - 1)) \Delta \\ \tau(\tau - (n_0 - 1)\Delta) \\ z(\tau - \Delta(n_0 - 1))n_0 \Delta \end{bmatrix}$$

Для  $n_0 < \hat{n}$  получаем

$$B\delta = 1/\sigma^2(1-z^2) \begin{bmatrix} -z(\tau - n_0 \Delta) \\ -z(\tau - \Delta n_0)(n_0 - 1)\Delta \\ -(1-z)^2(\hat{n} - n_0 - 1)(-\tau + \frac{\Delta}{2}(n_0 + \hat{n})) - \\ - (1-z+z^2)(-\tau + \Delta n_0) \\ -(1-z)^2 \Delta(\hat{n} - n_0 - 1)(-\frac{\tau}{2}(n_0 + \hat{n})) - G_2 - \\ - (n_0(1+z^2) - (n_0 + 1)z)(-\tau + \Delta n_0) \Delta \end{bmatrix}$$

Здесь  $G_1 = \frac{\Delta}{6}((n_0 - 2)(n_0 - 1)(2n_0 - 3) - (\hat{n} - 1)\hat{n}(2\hat{n} - 1))$ ,  
 $G_2 = \frac{\Delta}{6}((\hat{n} - 1)\hat{n}(2\hat{n} - 1) - n_0(n_0 + 1)(2n_0 + 1))$ .

Матрицы  $A, AB\delta\delta^*B^*A$  и вектор  $AB\delta$ , ввиду их громоздкости, не приводятся.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. СЕБЕР Дж. Линейный регрессионный анализ. - М.: Мир, 1980. - 395с..
2. КЕНДАЛЛ М., СТЬЮАРТ А. Статистические выводы и связи. - М.: Наука, 1983. - 898с.

TRŪKIOS REGRESIJOS FUNKCIJOS ĮVERTINIMAS

Genadijus MEDVEDEVAS, Viktoras KAZAČIONOKAS

Nagrinėjamas mažiausių kvadratų prasme optimalus algoritmas surasti pasikeitimui atsitiktinio proceso savybėse.

Raktažodžiai: persijungianti regresija; išsiderinimas; mažiausių kvadratų metodas.

ESTIMATION OF A DISCONTINUOUS REGRESSION FUNCTION

Genadij MEDVEDEV, Victor KASACHONOK

An optimal mean-square algorithm for the detection of a change in the properties of random processes is investigated.

Key words: random processes; segmented regression.