АДУКАЦЫЯ І ВЫХАВАННЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Серыя "У дапамогу педагогу"
заснавана ў 1995 годзе

Навукова-метадычны часопіс
Выдаецца з IV квартала 1995 года
Рэгістрацыйны № 439
Выходзіць 6 разоў у год

Заснавальнік і выдавец –
РУП «Выдавецтва
"Адукацыя і выхаванне"»
Міністэрства адукацыі
Рэспублікі Беларусь

2(49) • 2007

МАТЭМАТЫКА
ПРАБЛЕМЫ ВЫКЛАДАННЯ

220070, г. Мінск,
вул. Будзённага, 21;
тэл.: 297-93-18 (адк. сакратар),
факс: 297-91-49
e-mail: aiv@aiv.by

2/2007

ЗМЕСТ

Литература

1. Mathematik. Kleine Enzyklopädie. VEB Verlag Enzyklopädie. — Leipzig, 1965. — 839 s.
2. Математика: Справочник школьника и студента / Франк [и др.]; пер. с нем. — 2-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2000. — 368 с.
3. Толковый словарь математических терминов / О. В. Мантуров [и др.]; под ред. проф. В. А. Диткина. — М. : Просвещение, 1965. — 539 с.
4. *Латоцін, Л. А.* Пра паняцце трапецыі / Л. А. Латоцін, Б. Д. Чабатарэўскі // Матэматыка: праблемы выкладання. — 2003. — № 4. — С. 64—75.
5. *Немытов, П. А.* Сборник задач на доказательство по геометрии для 6—8 классов. — М. : Просвещение, 1979. — 272 с.
6. *Болтянский, В. Г.* Геометрия: эксперим. учеб. пособие для VI кл. / В. Г. Болтянский, М. Б. Волович, А. Д. Семушин. — М. : Педагогика, 1972. — 112 с.
7. *Болтянский, В. Г.* Геометрия: пробный учебник для 6—8 классов / В. Г. Болтянский, М. Б. Волович, А. Д. Семушин. — М. : Просвещение, 1979. — 272 с.
8. *Киселёв, А. П.* Элементарная геометрия / А. П. Киселёв. — М. : Просвещение, 1980. — 287 с.
9. *Золотухин, Ю. П.* Еще раз про трапецию / Ю. П. Золотухин // Матэматыка: праблемы выкладання. — 2004. — № 3. — С. 52—58.
10. *Булавацкі М. П.* Аб рызыкоўнасці маленькіх зменаў / М. П. Булавацкі // Матэматыка: праблемы выкладання. — 2004. — № 3. — С. 59—60.
11. *Кондаков Н. И.* Логический словарь-справочник / Н. И. Кондаков. — 2 изд., испр. и доп. — М. : Наука, 1975. — 720 с.
12. *Шарыгин, И. Ф.* Геометрия. 7—9 кл. / И. Ф. Шарыгин. — 3-е изд. — М. : Дрофа, 1999. — 352 с.
13. *Выгодский, М. Я.* Справочник по элементарной математике / М. Я. Выгодский. — М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. — 412 с.
14. *Никольская, И. Л.* Знакомство с математической логикой / И. Л. Никольская. — М. : Московский психолого-социальный институт: Флинта, 1998. — 128 с.
15. The World Book Dictionary 1996, 1995, 1994, 1993, 1991, 1990, 1989, 1988, World Book, inc.

All rigts reserved. This volume may not be reproduced in whole or in part in any form without prior written permission from the publisher.

World Book, Inc.
525 W. Monroe
Chicago, || 60661.

В. В. Казаченок, кандидат физико-математических наук, доцент, директор очно-заочной школы по математике и информатике БГУ

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ — ОСНОВА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

В результате исследований процесса самообучения решению задач на основе анализа функций задач в обучении нами разработаны требования к отбору математических задач для самообучения; выделены типы нестандартных задач, определена базовая систематика приемов решения нестандартных задач; выявлены условия, необходимые для самообучения учащихся решению задач.

Специфика математики, как науки и учебного предмета, состоит в наличии большого количества нестандартных ситуаций, или точнее — в обучении на стандартных примерах самостоятельным действиям в нестандартных ситуациях, с которыми придется сталкиваться на практике. Поэтому проблемы, приемы и методы самообучения имеют определенное значение при обсуждении задач и путей достижения интенсификации в обучении математике [1].

При этом мы разделяем точку зрения Ю. М. Колягина [2], который считает, что методика обучения учащихся решению задач только тогда будет эффективной, если она разработана с учетом особенностей деятельности на *основных этапах* процесса решения задачи. Обучение учащихся решению задач предполагает: а) решение задач на начальной стадии процесса их решения; б) поиск решения задачи; в) решение задач различными способами; г) систематизацию математических знаний и опыта в процессе решения задач. Методическим обеспечением указанных выше этапов обучения учащихся решению задач являются определенные *системы эвристик*, использование которых формирует у учащихся «умение решать задачи» и способствует их математическому развитию.

Л. М. Фридман рассматривает «решение задач как основной метод обучения, как метод приобретения учащимися новых знаний» [3, с. 8]. По мнению ряда ученых, задачный подход состоит в том, что деятельность субъектов образовательного процесса целесообразно описывать и проектировать через систему процессов решения разнообразных задач, включающую организацию педагогического обеспечения решения этих задач.

Однако, для того чтобы эффективно проводить обучение с помощью решения учебных задач, необходимо знать их особенности и способы решения, поскольку проблема использования задач при обучении математике имеет много аспектов: уяснение функций и целей задач в преподавании, вопросы типологизации и классификации задач, определение содержания и методов их решения, совершенствование методики обучения решению задач, вопросы взаимосвязи задач и теоретических знаний.

Проблеме систематизации математических задач, рассматриваемых в школьном обучении, посвящено немало работ. Математические задачи классифицируют по разным основаниям: по предмету, требованию условия задачи, методу решения, сложности, характеру умственной деятельности, форме предъявления условия, дидактическим функциям, реализуемым в процессе обучения, и другим признакам [1—4].

Исторически все математические действия и задачи, в которых присутствовал элемент занимательности, относили к группе математических развлечений, не вполне адекватно отражая этим названием их сущность, поскольку под «развлечением» понимали отнюдь не бесполезное времяпрепровождение.

Исходя из назначения задач и учитывая закономерности способов их решения, В. П. Радченко разбивает систему математических задач на *четыре группы*:

1. Задачи на усвоение основных понятий.
2. Основные виды задач, способы решения которых подлежат усвоению на данном этапе обучения.
3. Рефлективные задачи, то есть задачи, в процессе решения которых учащиеся направляют сознание на собственную деятельность по решению задач.
4. Задачи, способствующие приобретению учащимися опыта творческой деятельности.

В последнюю группу входят задачи на установление внутрипредметных и межпредметных связей; задачи, обучающие формализации, т. е. переводу ситуаций, возникающих вне математики, на математический язык. И, наконец, в данную группу включены нестандартные задачи, решение которых не может быть получено непосредственным применением известного учащимся способа действия [4].

Классифицируя математические задачи, многие ученые признают существование задач определенного типа, названных в специальной литературе поисковыми, эвристическими, проблемными, развивающими, творческими, занимательными, логическими и т. п. С нашей точки зрения, содержание этих понятий совпадает. Будем использовать часто встречающийся в методической литературе термин «нестандартная задача».

Ю. М. Колягин дает такое определение: «*Нестандартная задача*» — это задача, решение которой для данного ученика не является известной цепью известных действий» [2, с. 26].

Обычная картина решения нестандартных задач, как правило, носит характер «броуновского движения мысли» — случайных толчков в разных направлениях, с периодическими возвращениями к одному и тому же действию, без выхода за границы узенького «пятачка». В то же время систематическое применение несложного анализа в несколько шагов приводит к простому и однозначному решению. Получается, что и задача представлялась сложной только потому, что мышление было недисциплинированным, «малограмотным».

Сегодня целенаправленный поиск решения задач отвечает современным психологическим концепциям интеллектуального развития, концепции обучения математической деятельности и является важнейшим компонентом творческого мышления учащихся. Сущность целенаправленного поиска можно свести к следующим актам: а) генерированию разнообразия, т. е. выдвижению в пределах одного шага возможных путей решения и получения промежуточных результатов; б) ограничению разнообразия, т. е. оценке промежуточных результатов с точки зрения достижения решения.

К основным трудностям, возникающим при решении нестандартных задач углубленного курса математики, относятся: а) неумение осознать условие задачи, четко выделив в нем данное и искомое; б) сильное влияние психологической инерции на этапе поиска решения, выражающееся в стремлении применить к решению задачи один из готовых способов или алгоритмов решения; в) неумение критически оценивать гипотезы соотношением гипотезы с условием; г) невысокая логическая культура.

Таким образом, для того чтобы деятельность учащихся по решению задач углубленного курса математики принесла наибольший развивающий эффект, «необходимо сделать ее максимально разумной, а для этого есть лишь один путь — путь воспитания у учащихся культуры поиска решения задач, культуры всей деятельности по решению задач» [5, с. 102]. В связи с этим обучение решению задач является основой подготовки к самообучению при углубленном изучении курса математики.

Рассмотрим понятие функции задач. Мнение о том, что задачи в настоящее время должны быть не целью, а средством обучения, повторяется неоднократно. Однако здесь следует учесть влияние некоторых факторов:

- позиции учителя и учащихся в данном вопросе не всегда совпадают;
- задачи, выполняющие различные функции, могут служить как целью, так и средством обучения.

С позиции учащегося задача чаще всего является целью обучения, а с позиции учителя — средством обучения. И целью современной методики преподавания математики является *сближение*, по возможности, *позиций* учителя и учащихся в понимании функций задач в обучении.

Вопрос о том, целью или средством обучения является задача, решается в зависимости от выполняемых ею функций. Если рассматривать функции познавательных задач, то эти задачи представляют цель обучения: все должны научиться решать такие задачи, усвоить приемы их решения.

Развивающие задачи представляют собой средство обучения. Их решение способствует формированию мыслительных операций, развитию логического мышления. Усвоение же самих приемов решения развивающих задач не является обязательным, то есть эти задачи не должны быть целью обучения.

Прикладные же задачи представляют цель обучения: приемы их решения обязательно должны быть усвоены всеми учащимися.

Таким образом, при обучении математике задачи выполняют определенные функции и преследуют конкретные цели.

Под *функциями решения задач*, как правило, понимают проектируемые учителем изменения в деятельности учащихся, которые должны произойти в результате решения этих задач [5]. Исходя из целей современного обучения математике, ведущими функциями задач принято считать обучающие, развивающие, воспитывающие и контролирующие.

Ни одна из названных функций не может выступать изолированно от других, но в каждой конкретной задаче необходимо выделить ведущую функцию и добиваться ее реализации в первую очередь.

Любая задача предполагает необходимость сознательного поиска соответствующего средства для достижения ясно видимой, но непосредственно недоступной цели. При этом наличие «ясно видимой», но «непосредственно недоступной» цели — главное условие задачи. Это условие, которое отличает задачу от задания для деятельности. Таким образом, любая задача должна содержать: неизвестное (ясно видимая, но недоступная цель); известное, т. е. то, что дано, известные данные, объекты и т. п.; необходимые условия, конкретизирующие связь между данными (известным) и целью (неизвестным).

При этом индивидуальный характер деятельности того, кто решает задачу, и обилие различных факторов, влияющих на результат этой деятельности, делают процесс решения трудно управляемым.

Методические рекомендации к эффективному использованию задач в процессе обучения математике Ю. М. Колягин выразил определенной системой требований к отбору математических задач [2]. Однако эти требования не учитывают специфики самообучения. Поэтому в результате исследования процесса самообучения решению задач на основе анализа функций задач в обучении нами предложено следующее:

• разработаны требования к отбору математических задач для самообучения;

• выделены типы нестандартных задач, определена базовая систематика приемов их решения;

• выявлены условия, необходимые для самообучения учащихся решению задач.

Мы предлагаем следующие *требования к отбору математических задач* по каждому разделу или теме для самообучения:

• целенаправленность;

• доступность;

• нарастающая степень сложности;

• достаточность (для формирования необходимых знаний и навыков);

• согласованность развивающих, обучающих и воспитывающих функций;

• организация содержания изучаемого материала в виде «цепочек новой информации».

Традиционно исследователями выделяются «цепочки» таких видов:

а) «цепочки новой информации», связанные с изучением некоторого понятия и его свойств;

б) «цепочки задач, несущих новую (для учащегося) информацию» о некотором понятии (объекте);

в) «цепочки задач», развивающих и углубляющих представления учащихся в том или ином понятии, обеспечивающих мотивацию учения на всех его этапах.

Рассмотрим пример.

Задача 1. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2+5x+a+1=0$ имеет два корня.

Задача 2. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2+5x+a+1=0$ имеет два положительных корня.

Задача 3. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2+5x+a+1=0$ имеет два корня, каждый из которых больше 1.

На примере этих задач мы видим, что путем *постепенного усложнения задачи и последовательного подключения новых идей* можно создавать серии задач, в которых решение предыдущих задач помогает решить следующие за ними задачи.

Отметим, что такие «цепочки» задач позволяют учащимся двигаться вперед по индивидуальному плану, составленному на достаточно длительный период.

Рассмотрим далее специфику использования нестандартных задач в обучении. Сегодня многие исследователи, анализируя организацию процесса обучения математике через задачи, отмечают, что решение только стандартных задач часто приводит к тому, что учащийся не может решить самостоятельно даже простейших задач с другими обозначениями. Поэтому решение учащимися нестандартных задач необходимо. Оно является эффективным средством развития логического мышления учащихся, повышения интереса к математике. Использование нестандартных задач в обучении также позволяет показать учащимся ограниченность ситуаций, в которых применим тот или другой изученный алгоритм, и предупреждает механический перенос усвоенных алгоритмов на новые задачи, что в значительной степени способствует развитию творческого мышления. «Методическая система учебных математических задач проектирует соответствующий ей тип математического мышления», отмечает В. А. Оганесян [6, с. 137].

Таким образом, эффективным средством решения проблемы развития творческого мышления учащихся являются задачи, для которых «не существует определенных алгоритмов решения. *Именно при решении таких задач* ученик выполняет творческую работу, в его сознании формируются структуры, способствующие успеху в поиске решения, и приобретается умение справляться с «незнакомыми» задачами» [7, с. 79].

Мы разделяем точку зрения Л. М. Фридмана [3], который считает, что процесс решения любой нестандартной задачи состоит в последовательном применении двух основных операций:

1) сведение нестандартной задачи к другой, ей эквивалентной, но уже стандартной задаче, ранее решенной (путем преобразования или переформулирования);

2) разбиение нестандартной задачи на несколько стандартных подзадач.

В зависимости от характера нестандартной задачи используется либо одна из этих операций, либо обе. При решении более сложных задач *эти операции используются многократно.*

Многие ученые, в числе которых Ж. Адамар, Л. С. Выготский, Д. Пойа, А. Пуанкаре и др., значительную роль при поиске решения задачи отводят процессу возникновения интуиции, догадки.

Однако при самообучении необходимо учитывать, что основой всякого интуитивного подхода к решению нестандартных задач является накопление знаний и овладение большим количеством разнообразных способов деятельности. Поэтому для развития гибкости мыслительной деятельности учащихся ряд ученых (А. Б. Василевский, С. А. Гуцанович и др.) выделяют различные типы задач.

С нашей точки зрения, к таким типам можно отнести *нестандартные задачи следующих двух типов*: 1) нестандартные задачи по содержанию; 2) нестандартные задачи по способу решения.

К первому типу относятся задачи, актуализирующие внутрипредметные связи; актуализирующие межпредметные связи; производственного содержания; с опережающим содержанием изучаемого материала; на обобщающее повторение; задачи с некорректно представленной информацией.

К второму типу отнесем задачи, решаемые по формулам; решаемые по алгоритму; на вычисление; на преобразование; на доказательство; с параметрами; на поиск закономерности; на обнаружение противоречия.

В качестве основы подготовки к управляемому самообучению при углубленном изучении курса математики можно выделить *базовую систематику приемов* по решению нестандартных задач:

1. Прием по формированию умения формулировать проблему.

2. Прием по формированию умения строить гипотезу.

3. Прием по формированию умений строить умозаключение по аналогии и установлению границ применимости знаний.

В качестве примера приведем задачу на умение формулировать проблему.

Задача 4. Диагонали трапеции $ABCD$ разделили ее на четыре треугольника. Треугольники AOB и DOC прилегают к основаниям трапеции, AOC и BOD — к боковым сторонам. Сформулируйте требование к задаче.

Предполагается, что обучаемый проявит любопытство и поставит группу следующих вопросов: каковы отношения между площадями полученных треугольников, между площадью трапеции и площадями треугольников? Если эти соотношения изменяются в зависимости от формы трапеции, то какова эта зависимость? Существуют ли зависимости, общие для любых трапеций?

Очень важно подбирать задачи, имеющие трудность, адекватную возможностям учащихся.

Ю. М. Колягиным введено и обосновано положение о том, что следует различать сложность задачи и сложность ее решения, трудность задачи и трудность ее решения. Первые — объективные характеристики, а вторые — субъективные.

Под сложностью задачи обычно понимается сложность задачной системы (то есть число и характер свойств и отношений между элементами задачи), сложность решения задачи определяется характером перехода от проблемной системы (в которой человеку неизвестен хотя бы один элемент, одно свойство или отношение) к стационарной системе (в ней известны все элементы и их свойства), при этом оценивается способ решения, учитывается число и характер проведенных преобразований, выкладок, шагов и т. д.

Также следует учитывать субъективные характеристики: трудность самой задачи и трудность процесса ее решения, которые зависят от многих факторов (запаса имеющихся у субъекта знаний, степени их глубины и общности, уровня овладения различными интеллектуальными и практическими умениями, наличия опыта в решении задач, интереса к задаче, степени потребности в ее решении и т. п.). Понятно, что трудность задачи и трудность процесса ее решения зависят также и от сложности задачи и сложности ее решения.

Методом экспертных оценок необходимо заранее оценивать сложность учебных математических задач, в разумной мере программировать и оценивать сложность решения наиболее важных в каком-либо отношении задач. Продуманной системой постановки учебных задач можно регулировать уровень трудности задач, а соответствующей организацией процесса решения задач учащимися и системы их подготовки к *самостоятельному решению* можно контролировать и трудность процесса решения задачи.

Указанные количественные характеристики задач позволяют определять объем новых научных знаний, что является основой управления включением этих знаний в обучение учащихся в соответствии с их возможностями и способностями, является основой эффективного самообучения при углубленном изучении курса математики.

В связи с этим определим *условия*, необходимые для организации управляемого самообучения учащихся решению задач:

- интерес к изучению данной темы и математики в целом;
- опыт, получаемый при решении задач, должен вызывать позитивное приращение знаний;
- возможность проявить самостоятельность, элементы творчества;
- возможность осуществлять коррекцию полученных знаний;

• возможность самоконтроля и внешнего контроля.

Настоящие условия дают возможность учащимся совершенствовать логическое мышление, развивать воображение, концентрировать внимание, развивать настойчивость.

При этом важная роль принадлежит обучению на основе укрупнения единиц усвоения. И здесь наибольший эффект дает применение *многокомпонентных заданий*, образующихся из нескольких логически разнородных, но психологически объединенных в некоторую целостность частей, например:

а) решение обычной «готовой» задачи;

б) составление обратной задачи и ее решение;

в) составление аналогичной задачи по данной формуле или уравнению и решение ее;

г) составление задачи по некоторым элементам, общим с исходной задачей;

д) решение или составление задачи, обобщенной по тем или иным параметрам по отношению к исходной задаче. Здесь важным является присутствие параметра в условии задачи, так как это вносит динамику в процесс поиска ее решения, и, как следствие, происходит существенное нарастание объема привлекаемого теоретического материала из различных разделов математики.

Разумеется, вначале в многокомпонентное задание могут войти лишь некоторые из указанных вариаций.

Что же лежит в основе организации эффективных познавательных действий при самообучении во время углубленного изучения курса математики? Известный французский математик А. Пуанкаре писал: «Может вызвать удивление обращение к чувствам, когда речь идет о математических доказательствах, которые, казалось бы, связаны только с умом. Но это означало бы, что мы забываем о чувстве математической красоты, чувстве гармонии чисел и форм, геометрической выразительности. Это настоящее эстетическое чувство, знакомое всем настоящим математикам. Воистину, здесь налицо чувство» [8, с. 143].

Использование в обучении задач, особенно нестандартных, дает возможность учащимся увидеть гармонию чисел и форм, геометрическое изящество математических объектов. В качестве примера, иллюстрирующего эти положения, рассмотрим следующую задачу.

Задача 5. Докажите неравенство

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots+\sqrt{6}}}+\sqrt{12+\sqrt{12+\ldots+\sqrt{12}}}+$$
$$+\sqrt{20+\sqrt{20+\ldots+\sqrt{20}}}<12.$$

Решение. Выясним, что произойдет с неравенством при изменении данных, а именно, если мы прибавим 3 к последнему числу в первом слагаемом (к 6), 4 к последнему числу во втором слагаемом (к 12) и 5 к последнему числу в третьем слагаемом (к 20). Тогда после извлечения всех корней в левой части неравенства получаем $3+4+5=12$. Следовательно, без проведенного увеличения левая часть заданного неравенства действительно меньше 12.

И сегодня многие ученые склоняются к тому, что благоприятная эмоциональная атмосфера при обучении и получение удовольствия в своей математической деятельности уже сами по себе являются достаточными условиями поддержания интереса учащегося.

Здесь очень важно понимать, что поиску решения задач нельзя научить, а можно лишь *самому научиться*. И цель любого обучения состоит в том, чтобы помочь учащимся самим научиться решать задачи, привить им математическую культуру (Г. М. Булдык, К. В. Гавриловец, Л. М. Фридман и др.).

Мы согласны с В. Г. Болтянским, который отмечает, что математическая культура предполагает наличие большого кругозора, умения по малейшим признакам находить аналогию с другими областями математики и строить разные модели задачи.

Поэтому мы разделяем точку зрения К. О. Ананченко, который под *математической культурой* понимает социально обусловленный уровень развития личности в сфере математической деятельности. Ее основные компоненты: «положительная мотивация к математической деятельности, система полноценных знаний, умений и навыков, алгоритмическая, вычислительная, графическая, логическая культура, культура мышления и речи, культура решения задач» [9, с. 183].

В чем же заключается культура решения задач углубленного курса математики?

Культура поведения при встрече с задачей есть, по сути дела, овладение некоторой стратегией и тактикой поиска решения этой задачи. Особенно важны для самообучения решению задач следующие этапы.

Во-первых, поиск решения должен совершаться на базе глубокого и всестороннего предварительного анализа задачи; во-вторых, каждая из совершаемых проб обосновывается, а при неудаче анализируется и устанавливается причина этой неудачи; наконец, в-третьих, после нахождения правильного решения необходимо осуществить ретроспективный анализ для выявления общих методов, примененных при этом решении, и с целью отыскания более рационального решения, если это возможно.

В связи с этим определим основные пути формирования у учащихся культуры поведения при встрече с задачей, культуры поиска решения незнакомой задачи:

• обучение учащихся логическому развертыванию условия задач, формирование у них привычки не начинать поиск решения незнакомой задачи без предварительного ее анализа;

• сами задачи, их структура и особенности должны стать объектом изучения и усвоения. Это необходимо для формирования у учащихся общих навыков в решении определенных достаточно широких классов задач. При этом главными объектами усвоения должны быть не решения отдельных задач, а общие схемы деятельности по решению задач. Решение же отдельных задач должно быть лишь средством для такого обучения. При этом не следует стремиться решить с учащимися как можно больше задач, так как умение решать задачи не находится в прямой зависимости от числа решенных задач. Ученые О. Б. Епишева, Е. Н. Кабанова-Меллер, В. И. Крупич, И. А. Новик, Д. Пойа и другие отмечают, что в каждой учебной теме можно выделить специфические для нее *обобщенные приемы* решения основных задач, которые фиксируют то общее, что содержится во всех частных приемах решения задач данного класса. Например, обобщенные приемы решения уравнений, неравенств и их систем, приемы исследования функций и построения их графиков в курсе начал анализа, приемы решения задач векторным или координатным методом в курсе геометрии;

• необходимо учитывать особую роль заключительного, ретроспективного анализа решения, который должен проводиться достаточно глубоко и всесторонне.

При этом эффективное обучение учащихся решению нестандартных задач может быть достигнуто в результате рассмотрения нескольких способов решения задачи, привлечения учащихся к самостоятельному составлению задач, формирования у них обобщенных эвристических приемов умственной деятельности.

Таким образом, в результате проведенных исследований процесса самообучения решению задач на основе анализа функций задач в обучении нами разработаны требования к отбору математических задач для самообучения; выделены типы нестандартных задач, определена базовая систематика приемов решения нестандартных задач; выявлены условия, необходимые для самообучения учащихся решению задач.

Литература

1. *Зимина, О. В.* Дидактические аспекты информатизации высшего образования / О. В. Зимина // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 20, Педагогическое образование. — 2005. — № 1. — С. 17—66.

2. *Колягин, Ю. М.* Математические задачи, как средство обучения и развития учащихся средней школы: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Ю. М. Колягин. — М., 1977. — 398 с.

3. *Фридман, Л. М.* Как научиться решать задачи / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. — М. : Просвещение, 1989. — 192 с.

4. *Селькина, Л. В.* Решение нестандартных задач в начальном курсе математики как средство формирования субъекта учебной деятельности: дис. ... канд.пед.наук: 13.00.01 / Л. В. Селькина. — Пермь, 2001. — 183 с.

5. *Фридман, Л. М.* Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л. М. Фридман. — М. : Педагогика, 1977. — 207 с.

6. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. инст. / В. А. Оганесян [и др.]. — 2-е изд. — М. : Просвещение, 1980. — 368 с.

7. *Денисова, М. И.* К методике обучения решению задач / М. И. Денисова, С. Г. Первухина // Сб.: Методика преподавания математики в средней школе. — Свердловск, 1980. — С. 79—90.

8. *Адамар, Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Ж. Адамар; пер. с франц. М. А. Шаталовой, О. П. Шаталова. — М. : Сов. радио, 1970. — 152 с.

9. *Ананченко, К. О.* Методическая система развивающего обучения учащихся алгебре и началам анализа в условиях углубленного изучения предмета: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / К. О. Ананченко. — Минск, 2004. — 186 с.